Mereologia a klasyczna teoria zbiorów

Lidia OBOJSKA, Siedlce*

Wstęp

Niniejsza praca została opracowana na podstawie bibliografii [18].

Jest wiele powodów dla których warto zapoznać się z postacią Stanisława Leśniewskiego: po pierwsze ze względu na znaczenie systemów, które stworzył – prototetyki, ontologii (Leśniewskiego) oraz mereologii; po drugie ze względu na wpływ jego idei na innych członków Warszawskiej Szkoły Logicznej, np. na Jana Łukasiewicza czy Alfreda Tarskiego; po trzecie ze względu na jego niekonwencjonalny i precyzyjny sposób zapisu oraz interpretacji symboli oraz ostatecznie, a może przede wszystkim, ze względu na geniusz być może „głównego ‚ideologa' naukowego Szkoły Warszawskiej", za jakiego uważa go Jan Woleński [27, s. 152–153]:

Wkład Leśniewskiego oraz rolę jaką odegrał w Warszawskiej Szkole Logicznej nakreślono w pracy [17].

Cokolwiek mówić będą znawcy o jego dziełach, oceniając je porównawczo i wedle sprawdzianów rozwijającej się potężnie nauki, dla mnie jedno pozostanie prawdą niesporną. Na podstawie długiego doświadczenia twierdzę, że był to człowiek genialny, jedyny człowiek genialny, z którym los pozwolił mi się zetknąć w obcowaniu ongi niemal codziennym. [...] można przypuszczać, że sławne na cały świat formalizmy logików ze szkoły warszawskiej były stymulowane głównie przez Leśniewskiego. Jeżeli to przypuszczenie jest trafne, to Leśniewski może być uznany za głównego „ideologa" naukowego Szkoły Warszawskiej.

Jan Woleński uznawany jest za największy autorytet – także na arenie międzynarodowej – jeśli chodzi o historię i rolę szkoły lwowsko-warszawskiej. Urodził się jednak w roku 1940, stąd nie mógł osobiście poznać Stanisława Leśniewskiego. Powyższą wypowiedź należy zatem traktować jako wniosek wypływający z długoletnich studiów na temat roli i znaczenia tej szkoły dla myśli intelektualnej okresu międzywojennego i powojennego.

Stanisław Leśniewski (1886-1939)

Stanisław Leśniewski urodził się 30 marca 1886 w Sierpuchowie, w Rosji, jako syn inżyniera kolejowego. Po ukończeniu gimnazjum w Irkucku wyjeżdża na studia do Niemiec i Szwajcarii. W 1910 przyjeżdża na Uniwersytet Jana Kazimierza we Lwowie, aby pisać pracę doktorską pod kierownictwem Kazimierza Twardowskiego. Doktoryzuje się w roku 1912 na podstawie pracy „Przyczynek do analizy zdań egzystencjalnych", którą publikuje w *Przeglądzie Filozoficznym*. Po dwuletnim pobycie w Warszawie, w roku 1915 wyjeżdża na dwa lata do Moskwy, gdzie uczy matematyki w szkołach średnich i równoczesnie pracuje nad ogólnymi podstawami teorii mnogości, które wydaje w roku 1916 [8]. W 1918 powraca do Warszawy, na Uniwersytet, gdzie dołącza do J. Łukasiewicza, z którym współpracuje oraz zakłada Warszawską Szkołę Logiczną. Od roku 1919 wykłada na stałe na Uniwersytecie Warszawskim obejmując katedrę Filozofii Matematyki. Umiera w Warszawie 13 maja 1939 roku [29, s. 39–44].

Więcej informacji dotyczących biografii Leśniewskiego można znaleźć, np. w [3], [27].

Studiując we Lwowie, aby uzupełnić swoje wykształcenie matematyczne, Leśniewski uczęszcza na wykłady Wacława Sierpińskiego z teorii mnogości. Jest także pod ogromnym wpływem filozofii Kazimierza Twardowskiego dotyczącej teorii przedmiotów Edmunda Husserla [27, s. 36], co ukształtuje bardzo mocno jego spojrzenie filozoficzno-matematyczne i czemu da wyraz w swoich systemach logicznych.

Leśniewski poznaje Łukasiewicza w roku 1911 poprzez jego pracę *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* [15]. Tak wspomina to wydarzenie:

W roku 1911 wpadła mi do ręki książka p. Łukasiewicza „O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa". Z książki tej, która wywarła w swoim czasie znaczny wpływ na rozwój intelektualny szeregu polskich «filozofów» i «filozofujących» uczonych mojego pokolenia, a dla mnie osobiście stanowiła rewelację pod niejednym względem, dowiedziałem się po raz pierwszy o istnieniu na świecie «logiki symbolicznej» p. Bertranda Russella oraz jego «antynomii», dotyczącej «klasy klas» nie będących własnymi elementami [9, s. 169] w [27, s. 79].

Ciekawym jest fakt, że pomimo, że Leśniewski studiował na Zachodzie nie zetknął się ze słynnym dziełem Whiteheada i Russella.

Leśniewski bardzo dokładnie przeanalizował symbolikę stosowaną przez Russella i Whiteheada i doszedł do wniosku, że pewne wyrażenia nie są zapisane w sposób rygorystyczny. Podał nawet 17 możliwych interpretacji zdania $q. \rightarrow .p \vee r$

*Instytut Matematyki i Fizyki UPH w Siedlcach, lidia.obojska@uph.edu.pl

[9, 169–181], [24, 86–90]. Studium to doprowadziło go do rozróżnienia języka od metajęzyka, kierunku badań, który podjął później jego uczeń i jedyny doktorant – Alfred Tarski.

Po przestudiowaniu teorii typów Russella, w 1922 r., Leśniewski sformułował także teorię kategorii semantycznych, będącą uproszczeniem teorii Russella, stosowaną szeroko przez pewien okres w Warszawskiej Szkole Logicznej. Kompletną teorię typów rozwinął znacznie później K. Ajdukiewicz [27, s. 142].

[...] można zatem przypuszczać, że sławne na cały świat formalizmy logików ze szkoły warszawskiej były stymulowane głównie przez Leśniewskiego. Jeżeli to przypuszczenie jest trafne, to Leśniewski może być uznany za głównego „ideologa" naukowego szkoły warszawskiej. [27, s. 152–153], [2].

Pewność, co do dwuwartościowości logiki oraz prawdziwości zasady sprzeczności Arystotelesa doprowadziły Leśniewskiego do głębokich wniosków odnośnie prawdy [7], [6], którym dał upust w dyskusji na łamach *Przeglądu Filozoficznego*, i która to dyskusja przyczyniła się do refleksji Łukasiewicza oraz do skonstruowania logiki trójwartościowej [14] [28, s. 216]. Leśniewski jednak uważał się za ekstensjonalistę i bronił dwuwartościowości logiki, odrzucając zdecydowanie wielowartościowość, choć nie wyklucza to faktu, że na początku, wraz z Łukasiewiczem, także i on zajmował się logikami wielowartościowymi. Opracował nawet całoroczny dwugodzinny wykład dotyczący logik wielowartościowych [16, s. 104–105]. Według Murawskiego, odrzucenie logiki trójwartościowej wiąże się m.in. z faktem braku interpretacji wiążącej trzecią wartość logiczną z rzeczywistością. Dla Leśniewskiego, systemy te mogły być interesujące tylko z formalnego punktu widzenia.

Pełny zbiór prac Leśniewskiego można znaleźć w [22].

Leśniewski skonstruował trzy systemy: pierwszy z nich (nie chronologicznie) – to *prototetyka*. Jest to uogólniony rachunek zdań, zdefiniowany tylko przy pomocy równoważności. Ważnym był tutaj wynik Tarskiego [23] wykazujący, że negacja i koniunkcja dają się zdefiniować przy pomocy równoważności i kwantyfikatora ogólnego [27, s. 144]. Leśniewski z Wajsbergiem i Sobocińskim udowodnili, że z tak zdefiniowanego rachunku, przy założeniu zasady ekstensjonalności wynikają wszystkie prawa dwuwartościowego rachunku zdań, [28, s. 220]. W 1953 r. Jerzy Słupecki wykazał zupełność tego rachunku [27, s. 145], [20].

Ontologia Leśniewskiego to system, który został utworzony na bazie prototetyki, przez dodanie do niej funktora zdaniotwórczego od argumentów nazwowych [27, s. 145]. Jedynym terminem pierwotnym ontologii Leśniewskiego jest funktor „jest" (ϵ). Przyjęte nazwy należą tylko do jednej kategorii, dopiero wtórny jest podział na nazwy puste, jednostkowe i ogólne. Taki zapis determinuje prawdziwość zdania „a jest B" w zależności od tego, co podstawimy za „a" i za „B" [10], [12, s. 364–369], [11], [1, s. 168], [28, s. 221]. Ontologia to teoria dotycząca indywiduów, nie nazw ogólnych.

Interesującym jest fakt, że w systemach Leśniewskiego nie ma zmiennych wolnych, lecz wszystkie są skwantyfikowane.

Mereologia, ostatni z systemów Leśniewskiego, to nie system logiczny, ale uogólniona teoria zbiorów, nazywana teorią zbiorów kolektywnych. Została ona nadbudowana nad prototetyką i ontologią. Pojęciem pierwotnym w mereologii jest relacja „bycia częścią" nazywana przez Leśniewskiego ingrediensem. Udowodniono, że mereologia, po dodaniu elementu zerowego oraz zdefiniowaniu działań algebraicznych, tworzy algebrę Boole'a, tzn. odpowiada klasycznej logice dwuwartościowej. Mereologię próbował uogólnić Słupecki [21], lecz jego prace spotkały sie z dużą krytyką, gdyż jego teoria nie była ekstensjonalna [24].

Ostatecznie formalizacja Leśniewskiego została uznana za skomplikowaną, ale „nurt Leśniewskiego" był i jest kontynuowany w różnych ośrodkach na świecie, np. w USA – przez B. Sobocińskiego, czy w Manchester – przez Cz. Lejewskiego.

Paradoks Russella a mereologia

Przyczynkiem do ufundowania mereologii był paradoks teoriomnogościowy odkryty przez B. Russella w podstawach matematyki. Okazało się, że swobodne operowanie pewnymi pojęciami, np. pojęciem „zbiór”, czy „klasa” może prowadzić do sprzeczności.

Zob. list B. Russella do G. Fregego z 1902 roku w [25, s. 124–125].

Przypomnijmy paradoks B. Russella, tzw. antynomię klas niezwrotnych, w sformułowaniu Kotarbińskiego [4, s. 160–161].

Chodzi o to, że wśród klas możemy sobie wyobrazić takie, które są własnymi elementami oraz takie, które nie są. Mamy więc klasę klas, z których każda jest swoim własnym elementem. Weźmy jednak np. klasę osób. Klasa osób nie jest osobą, a więc nie jest swoim własnym elementem. Niech zatem K będzie klasą klas, z których żadna nie jest własnym elementem. „...zadajmy sobie pytanie, czy klasa klas, z których każda nie jest własnym elementem, jest jedną z klas owego pierwszego rodzaju, czy też jedną z klas tego drugiego rodzaju. Czy mianowicie jest ona jedną z klas, z których każda jest własnym elementem, czy też jedną z klas, z których każda nie jest własnym elementem. W obu przypadkach otrzymamy sprzeczność. Albowiem, jeżeli klasa klas, z których każda nie jest własnym elementem (krótko mówiąc – «niezwrotnych»), jest jedną z klas, z których każda jest własnym elementem (krótko mówiąc – «zwrotnych»), jeśli tedy jest ona własnym elementem, przeto i ona sama jest jedną z takich klas, a więc nie jest własnym elementem. I odwrotnie ...

Paradoksy teoriomnogościowe poważnie podważyły fundamenty matematyki. Aby je wyeliminować, szukano różnych rozwiązań, np. E. Zermelo w 1908 roku przedstawił układ aksjomatów, który po niezależnej modyfikacji przez A. Frankela oraz T. Skolema [25] został opublikowany pod nazwą aksjomatów Zermelo-Fraenkela i który do dziś jest najpowszechniej stosowanym systemem teorii mnogości uznawanym przez większość matematyków. Przyjęte w ten sposób postulaty pozwoliły odtworzyć rezultaty Georga Cantora odnośnie zbiorów, a jednoczesnie ominąć antynomie. Także Russell i Whitehead zaproponowali teorię typów logicznych [26], według której dozwolone są operacje tylko na klasach pewnego typu, tzn. np. klasa może posiadać tylko takie elementy, które należą do typu logicznego bezpośrednio od niej niższego [4, s. 163].

Słynny paradoks Russella zainspirował także Leśniewskiego do stworzenia własnego pojęcia zbioru. Tak pisze o tym Kotarbiński (1958) w [27, s. 148]:

I oto zdarzyło się, że Leśniewski (a było to bodaj tuż niemal przed pierwszą wojną światową) podjął się odczytu o antynomii Russella[...]. Otóż przygotowując się do owego odczytu nasz prelegent w pewnej chwili stwierdził, że obmyślona przezeń krytyka omawianej antynomii zawiera błąd, «leży w gruzach», jak zwykle był mawiać w podobnych przypadkach. Prawdziwa rozpacz. Za parę godzin odczyt, słuchacze się zejdą, sytuacja grozi kompromitacją. Postanowił tedy maksymalnie wytężyć uwagę, pomagając sobie chrupaniem czekolady. A rezultat był taki, że wedle jego własnej diagnozy z czekolady urodziła się mereologia. Bo czyż nie jest jasne, że chociaż coś, co jest M-em, jest przeto elementem klasy M-ów, jednak bynajmniej nieprawda, że coś, co jest elementem klasy M-ów, samo też musi być M-em z tej racji.

Zatem jeśli weźmiemy klasę będącą kwadratem złożonym z czterech mniejszych kwadratów, to każdy mały kwadrat jest elementem tej klasy; ale także trójkąt równoramienny prostokątny o podstawie równej długości diagonali jest elementem tej klasy, bo jest jej częścią, ale trójkąt nie jest kwadratem. Zatrzymamy się dłużej na tym aspekcie przy omawianiu mereologicznej relacji bycia elementem.

W kontekście kolektywnej teorii zbiorów, jak ją nazywa Leśniewski, jeśli użyjemy terminu „klasa” oraz wyrażenia: „P jest podporządkowane klasie K”, które należy rozumieć, że P jest elementem klasy K, tak Leśniewski formułuje antynomię Russella (przy założeniu, że przy pewnym znaczeniu wyrazu „a”, K jest klasą jakichś przedmiotów „a” oraz P jest owym „a”) [9, s. 185–187]:

Bywa najczęściej, że klasa nie jest sobie podporządkowana, bo jako zbiór elementów posiada na ogół inne cechy, niż każdy element z osobna. Zbiór ludzi nie jest człowiekiem, zbiór trójkątów nie jest trójkątem, itd. W niektórych wypadkach bywa wszakże inaczej. Weźmy pod uwagę pojęcie „klasy pełnej”, tzn. takiej klasy, do której w ogóle należą jakieś indywidua. Nie wszystkie klasy bowiem są pełne, lecz niektóre są puste; np. «szczerozłota góra», [...], – są puste, bo nie ma indywiduów, które by do tych klas należały. Można więc od nich odróżnić te klasy, do których należą jakieś indywidua, i utworzyć pojęcie «klasy pełnej». [...] Zbiór tych wszystkich klas stanowi klasę nową, mianowicie «klasę klas pełnych». Otóż ta klasa klas pełnych jest także klasą pełną, a więc jest sobie podporządkowana.

Skoro więc jedne klasy są sobie podporządkowane, inne zaś nie, to można dla odróżnienia jednych klas od drugich utworzyć pojęcie «klasy, która nie jest sobie podporządkowana». [...] Zbiór tych wszystkich klas stanowi «klasę klas, które nie są podporządkowane». Nazwijmy ją krótko klasa K.

Powstaje pytanie: Czy klasa K jest sobie podporządkowana czy nie? Jeżeli przyjmiemy, że klasa K jest sobie podporządkowana, to ponieważ każda klasa, podporządkowana klasie K, nie jest sobie podporządkowana, dochodzimy do wniosku, że klasa K nie jest sobie podporządkowana. A więc powstaje sprzeczność, [...].

Chcąc tę sprzeczność ominąć, musimy przyjąć, że klasa K nie jest sobie podporządkowana. Ale jeśli nie jest sobie podporządkowana, to wtedy należy do klasy K, a więc jest sobie podporządkowana. A zatem i tutaj powstaje sprzeczność [...].

Leśniewski nie dopuszcza istnienia takich klas, które nie są sobie podporządkowane – nie są własnym elementem. Sformułowanie: „klasa klas nie będąca własnym elementem”, Leśniewski uważa za fałszywe, zatem taka klasa jest pusta, a ponieważ Leśniewski uważa siebie za nominalistę, zatem nie dopuszcza istnienia nazw pustych – dla Leśniewskiego one nie istnieją. Zdaniem Leśniewskiego, w konstrukcji antynomii Russella zastosowano wadliwe „przejście”, a mianowicie:

...w miejscu, gdzie z tego, że klasa rozważana jest elementem klasy klas, z których każda jest własnym elementem, wnosi się, że jest ona własnym elementem. Rozumuje się tutaj bowiem wedle wzoru: jeżeli x jest elementem klasy M-ów, to x jest M-em ... [4, s. 161], [9, s. 182 i n.].

To znaczy, że w podanym przez nas wcześniej przykładzie błędne jest wnioskowanie, że trójkąt jest kwadratem, gdyż jest elementem klasy utworzonej z małych kwadratów. Oczywiście wnioskowanie to oparte jest na koncepcji zbioru Leśniewskiego, o czym będzie mowa w dalszej części pracy.

Mereologia a relacja bycia elementem

Klasyczna teoria zbiorów została ufundowana w oparciu o dwa pojęcia: *zbiór* i relację *bycia elementem*, utożsamianą również z relacją przynależności elementu do zbioru $\in$. Relacja przynależności to relacja binarna, która jest przeciwzwrotna i nie jest przechodnia. Zbiór jest pojęciem pierwotnym, którego sens, jak sam wyraził to Cantor, oznacza mnogość traktowaną jako jedność.

Historycznie, Leśniewski ufundował mereologię najpierw w oparciu o pojęcie „ingrediensa” [9], a potem w oparciu o termin „zewnętrzny” [11]. Wykazał również, że można zbudować mereologię w oparciu o pojęcie „części właściwej”.

Mereologiczne bycie elementem utożsamiane jest z byciem częścią (właściwą lub nie), np. jak ręka jest częścią ciała. Zatem mereologiczna relacja *ingrediensa* oznacza ten sam obiekt lub jego część właściwą.

Przy tak przyjętej definicji części relacja przynależności jest zwrotna i przechodnia. Zakłada się ponadto, że spełnia warunek antysymetryczności, co wynika z filozofii Leśniewskiego i jego przekonania o biwalentności logiki.

Formalnie zatem, jeśli M będzie niepustym zbiorem obiektów – naszym uniwersum przedmiotów, jak nazywa je Leśniewski, oraz jeśli będzie rozważana relacja binarna ingrediensa $\sqsubseteq$ (jest ona określona na iloczynie kartezjańskim $M \times M$), to mamy trzy aksjomaty:

(M1) $$\forall_{x\in M}\ x \sqsubseteq x,$$

(M2) $$\forall_{x\in M}\ \forall_{y\in M}\ (x \sqsubseteq y \wedge y \sqsubseteq x \rightarrow x = y),$$

(M3) $$\forall_{x\in M}\ \forall_{y\in M}\ \forall_{z\in M}\ (x \sqsubseteq y \wedge y \sqsubseteq z \rightarrow x \sqsubseteq z).$$

Jest to obszerny fragment z książki Borkowskiego i cytowany w [19, s. 14].

Zasadnicze różnice pomiędzy klasyczną teorią zbiorów a mereologią bardzo dobrze tłumaczy Borkowski wyjaśniając najpierw znaczenie terminów „zbiór” i „element” w sensie mereologicznym, a później w teoriomnogościowym:

Terminy «zbiór», «element zbioru» używane są w dwojakim znaczeniu. Przy jednych z tych znaczeń termin «zbiór» oznacza przedmioty złożone z części, kolektywy czy konglomeraty różnego rodzaju. Przez elementy takiego zbioru rozumie się dowolne jego części, przy czym termin «część» jest rozumiany w sensie potocznym, przy którym np. noga stołu jest częścią stołu. Stos kamieni jest w tym sensie zbiorem tych kamieni. Elementami tego zbioru są zarówno poszczególne kamienie, jak i różne części tych kamieni, a więc, np. molekuły lub atomy, z których te kamienie składają się. Przy tym znaczeniu zbiór danych kamieni, jest identyczny np. ze zbiorem wszystkich atomów, z których składają się te kamienie. Elementami tak rozumianego zbioru np. wszystkich stołów, są nie tylko poszczególne stoły, lecz, np. nogi stołów, czy też inne ich części. (...)

Drugiego znaczenia terminu «zbiór» i «element zbioru» używamy np. wówczas, gdy mówiąc o zbiorze krajów europejskich uważamy za elementy tego zbioru poszczególne kraje europejskie, jak np. Polskę, Francję, Włochy, itp., a nie używamy różnych części tych krajów za elementy tego zbioru. Przy tym znaczeniu np. Tatry czy Wyżyna Małopolska nie są elementami zbioru krajów europejskich, choć są częściami pewnych krajów europejskich. W tym znaczeniu używamy też tych terminów, gdy mówiąc np. o zbiorze miast polskich uważamy za elementy tego zbioru, np. Wrocław, Warszawę itp., a nie uważamy za elementy tego zbioru poszczególnych ulic, placów czy innych części tych miast. (...) nie można przy tym znaczeniu utożsamiać pojęcia elementu zbioru z potocznym pojęciem części.

Zatem bycie elementem w teorii mnogości oznacza należenie do zbioru, przy czym element jest zawsze różny od samego zbioru. Bycie elementem w mereologii utożsamiane jest z pojęciem części, która może być identyfikowana z całym zbiorem. Ponadto mereologiczne bycie elementem jakiegoś zbioru, czy klasy M-ów, nie oznacza, że element musi być M-em, jak widać z przytoczonego przykładu Borkowskiego. Te zasadnicze rozbieżności w obu teoriach istotnie wpływają na pojęcie „złożenia", czy też „sumy" obiektów.

Suma mereologiczna

Mereologia traktowana jest jako ogólna teoria składania, kompozycji; jeśli mamy części, musi istnieć pewna całość złożona z tych części; w konsekwencji w mereologii nie istnieje zbiór pusty. Przedmiot mereologiczny zawsze zajmuje swoje miejsce w czasoprzestrzeni, stąd suma mereologiczna jest pewnego rodzaju „sklejaniem" przedmiotów w **konkretną** całość. W kantorowskiej teorii zbiorów natomiast relacja sumy jest pewnego rodzaju zgrupowaniem przedmiotów w jedną **abstrakcyjną** całość; przyjmuje się, że dla dowolnych elementów A i B, zawsze istnieje ich suma: $A \cup B$.

Ogólnie mamy do czynienia z dwoma różnymi perspektywami tworzenia „zbiorowości". Teoria mnogości proponuje jakby podejście „z dołu": najpierw wyróżniamy elementy, a potem zbieramy je w pewną abstrakcyjną całość. Mereologia natomiast oferuje jakby podejście „z góry": najpierw mamy pewną całość, a dopiero potem wyróżniamy części tej całości. Stąd, mereologiczna całość, musi być obiektem konkretnym, fizycznym, gdyż nie można dzielić „niczego" na części.

Interesujący przykład ukazujący odrębność terminu „suma" w mereologii oraz w teorii zbiorów podaje Lewis [13, s. 78]. Załóżmy, że mamy dwa słowa „master" i „stream", które składają się z tych samych 6 liter. Mamy zatem dwa zapisy złożone z tych samych znaków. Jeśli założymy, że litery są pewnymi obiektami plastycznymi, które możemy przemieszczać i jesteśmy w pewnej czasoprzestrzeni, to litera „m" w słowie „master" zajmuje inne miejsce niż ta sama litera w słowie „stream" oraz obiekt, będący złożeniem (sumą) tych sześciu liter zapisany jako jeden obiekt i nazwany terminem „master" odpowiada innemu momentowi czasowemu niż obiekt „stream". W konsekwencji oba te obiekty są złożone z tych samych liter, ale mają różne części. Mamy różnice czasowe pomiędzy tymi obiektami. Zatem są to dwa różne obiekty mereologiczne.

W zwykłej sumie teoriomnogościowej natomiast, nie jest ważna kolejność elementów w zbiorze, zatem zbiory $\{m, a, s, t, e, r\}$ i $\{s, t, r, e, a, m\}$ są identyczne.

Zatem w mereologii ważne są relacje pomiędzy elementami zbioru, pomiędzy jego częściami, co nie powinno dziwić, gdyż fundamentalna relacja ingrediensa jest porządkiem; w klasycznej teorii zbiorów, przy ich konstrukcji, pomijamy relacje pomiędzy elementami (relacja przynależności nie jest tu porządkiem).

W teorii mnogości, pojęcie identyczności obiektów wyraża tzw. *Aksjomat Jednoznaczności* (Równości zbiorów), który orzeka, że każdy zbiór jest jednoznacznie wyznaczony przez swoje elementy. Oznacza to, że dwa zbiory są równe, jeśli mają te same elementy [5]:

$$A = B \equiv \forall_{x \in A} (x \in A \equiv x \in B). \tag{1}$$

Jak odnosi się do tego aksjomatu mereologia? Leśniewski dopuszcza istnienie takich klas dystrybutywnych, ale traktuje je jako terminy puste [9, s. 204-205].

Dla niego mają sens tylko klasy kolektywne, ale jak zobaczyliśmy, mereologiczna klasa może składać się z różnych zestawów swoich części: kwadrat może być klasą czterech małych kwadratów, ale też może być klasą dwóch trójkątów równobocznych o podstawie równej diagonali; jest to ta sama klasa, ale w pierwszym przypadku ma cztery elementy, a w drugim dwa, stąd mereologiczny aksjomat ekstensjonalności jest inny niż klasyczny aksjomat równości zbiorów.

Mereologiczna zasada ekstensjonalności została zdefiniowana dla przedmiotów złożonych, tzn. mających części właściwe i wygląda następująco:

(ZE) $$\forall_{z\in M}\ (z \sqsubset x \ \equiv\ z \sqsubset y) \ \rightarrow\ x = y.$$

gdzie: $p \sqsubset x \ \equiv\ p \sqsubseteq x \ \wedge\ p \neq x$. W strukturach mereologicznych implikacja w drugą stronę nie musi zachodzić.

Podsumowując: w obu teoriach dokonujemy tej samej operacji „zbierania”, jednak w przypadku mereologii jest to zawsze zebranie obiektów konkretnych, które „bytują” w czasoprzestrzeni [19, s. 16], dlatego powstały zbiór kolektywny jest również obiektem konkretnym. W przypadku zbiorów dystrybutywnych – obiekt złożony trzeba zawsze rozumieć w pojęciu abstrakcyjnym. Ponadto zbiory dystrybutywne są jednoznacznie wyznaczone przez swoje elementy, natomiast mereologiczne – nie.

Literatura

[1] B. Iwanuś. On Leśniewski's elementary ontology. In J. T. Rickey, I. Srzednicki, editor, *Leśniewski's systems. Ontology and Mereology*, Vol. 13, *Nijhoff inernational philosophy series*: 165–216. Kluwer Academic Publishers Group, Hague, 1984.

[2] R. Jadczak. Pozycja Stanisława Leśniewskiego w szkole lwowsko-warszawskiej. *Ruch Filozoficzny*, 50(3):311–316, 1993.

[3] R. Jadczak. *Mistrz i jego uczniowie.* Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa, 1997.

[4] T. Kotarbiński. *Wykłady z dziejów logiki.* PWN, Waszawa, 2 edition, 1985.

[5] K. Kuratowski, A. Mostowski. *Teoria mnogości*, Vol. 27, *Monografie Matematyczne.* PTM, Warszawa-Wrocław, 1952.

[6] S. Leśniewski. Krytyka logicznej zasady wyłączonego środka. *Przegląd Filozoficzny*, 16:315–352, 1913.

[7] S. Leśniewski. Próba dowodu ontologicznej zasady sprzeczności. *Przegląd Filozoficzny*, 15:202–226, 1913.

[8] S. Leśniewski. Podstawy ogólnej teorii mnogości. *Prace Polskiego Koła Naukowego w Moskwie*, 1916.

[9] S. Leśniewski. O podstawach matematyki. *Przegląd Filozoficzny*, 30:164–206, 1927.

[10] S. Leśniewski. O podstawach matematyki. *Przegląd Filozoficzny*, 33:77–105, 1930.

[11] S. Leśniewski. O podstawach matematyki. *Przegląd Filozoficzny*, 34:142–170, 1931.

[12] S. Leśniewski. Über definitionen in der sogenannten theorie der deduction. *Sprawozdania z Posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydział Nauk Matematyczno-Fizycznych*, 24, 1931.

[13] D. Lewis. *Parts of Classes.* Basil Blackwell, Oxford, 1991.

[14] J. Łukasiewicz. Logika trójwartościowa. *Ruch Filozoficzny*, 5:170–171, 1920.

[15] J. Łukasiewicz. *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Studium krytyczne.* PWN, Warszawa, 2 edition, 1987.

[16] R. Murawski. *Filozofia Matematyki i Logiki w Polsce Międzywojennej.* Wydawnictwo UMK, Toruń, 1 edition, 2011.

[17] L. Obojska. Elementy logiki w polskiej szkole matematycznej. Wkład Stanisława Leśniewskiego. In W. Wójcik, editor, *Elementy historii matematyki. Zagadnienia dfilozoficzne w nauce*, 165–199, Copernicus Center Press, Krakow, 2013.

[18] L. Obojska. *U źródeł zbiorów kolektywnych. O mereologii nieantysymetrycznej.* UPH w Siedlcach, 2013.

[19] A. Pietruszczak. *Metamereologia.* UMK Toruń, 2000.

[20] J. Słupecki. S. Leśniewski's calculus of names. *Studia Logica*, 3:7–72, 1955.

[21] J. Słupecki. Towards a generalized mereology of Leśniewski. *Studia Logica*, 8:131–154, 1958.

[22] S. Surma, J. Srzednicki, and D.I. Barnet, editors. *Stanisław Leśniewski. Collected Works*, Vol. 1,2 t. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991.

[23] A. Tarski. O wyrazie pierwotnym logistyki. *Przegląd Filozoficzny*, 26(1–2):68–89, 1923.

[24] R. Urbaniak. *Leśniewski's Systems of Logic and Mereology; history and re-evaluation.* PhD thesis, University of Calgary, Calgary, Alberta, 2008.

[25] J. van Heijenoort. *From Frege to Gödel. A Source Book on Mathematical Logic, 1879 – 1931.* Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, Ondon, England, 1 edition, 1967.

[26] A.N. Whitehead and B. Russell. *Principia Mathematica.* Cambridge University Press, Cambridge, 2 edition, 1927.

[27] J. Woleński. *Filozoficzna Szkoła lwowsko-warszawska.* PWN, Warszawa, 1 edition, 1985.

[28] J. Woleński. Stanisław Leśniewski i jego rola w historii logiki. *Edukacja Filozoficzna*, 2:210–226, 1987.

[29] J. Woleński. Stanisław Leśniewski. In *Matematyka przełomu XIX i XX wieku: nurt mnogościowy*, pages 39–43. Uniwersytet Śląski, Warszawa, 1992.